

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

Научная статья
УДК 532.542:628.196
<https://agroconf.sgau.ru>

К расчету цилиндрического фильтра грубой очистки

А.И. Есин, Д.А. Соловьев, Т.А. Марынова

Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова, г. Саратов, Россия.

Аннотация. В статье рассматривается винтовое движение жидкости (поливная вода) в полости сетки цилиндрического фильтра грубой очистки дождевальной машины. Вихревое винтовое течение проявляется в виде вторичных течений поперечной циркуляции и считается идеальным, а завихренность рассматривается как «искусственная» вязкость жидкости. Решение уравнений движения жидкости в полости сетки фильтра выражается через функции Бесселя. Построены профили продольных, вращательных и полных скоростей в полости сетки фильтра.

Ключевые слова: фильтр грубой очистки; фильтрационная сетка; неустойчивость продольно-однородного течения; завихренность; винтовое течение; профиль скоростей

Для цитирования: Есин А.И., Соловьев Д.А., Марынова Т.А. К расчету цилиндрического фильтра грубой очистки // Аграрные конференции. 2024. № 48(6). С. 1-7. <http://agroconf.sgau.ru>

AGRICULTURAL SCIENCES

Original article

To calculate the cylindrical filter

A.I. Yesin, D.A. Solovyov, T.A. Marynova

Saratov State University of genetics, biotechnology and engineering
named after N.I. Vavilov, Saratov, Russia

Abstract. The article considers the helical movement of liquid (irrigation water) in the mesh cavity of a cylindrical filter for coarse cleaning of a sprinkler machine. The vortex helical flow manifests itself as secondary currents of transverse circulation and is considered ideal, and vorticity is considered as an "artificial" viscosity of the liquid. The solution of the equations of fluid motion in the cavity of the filter mesh is expressed in terms of Bessel functions. Profiles of longitudinal, rotational and full velocities in the cavity of the filter mesh are constructed.

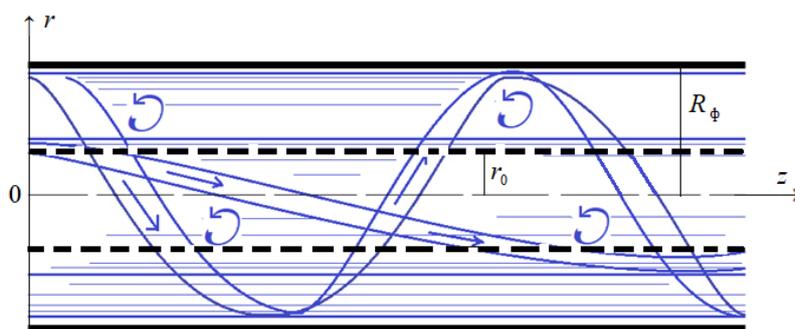
Keywords: coarse filter; filtration grid; instability of longitudinally homogeneous flow; vorticity; helical flow; velocity profile

For citation: Esin A.I., Soloviev D.A., Marynova T.A., To calculate the cylindrical filter // Agrarian Conferences, 2024; (48(6)): 1-7 (InRuss.). <http://agroconf.sgau.ru>

Введение. Оросительная вода, поступающая из сети к дождевальным машинам, требует дополнительной очистки из-за включений многочисленных твердых взвешенных наносов, планктона, и т.п. Для очистки воды применяются цилиндрические фильтры [9, 13, 16]. Движение жидкости в цилиндрическом фильтре грубой очистки относится к наиболее сложным движениям несжимаемой жидкости. Точный математический расчет такого фильтра невозможен, поэтому фильтр считают местным сопротивлением [4]. Для решения задач со сложной конфигурацией течения обычно используют приближенные математические модели [2, 14], учитывающие основные факторы движения жидкости. Целью данной работы является разработка гидравлической модели движения поливной воды в полости сетки цилиндрического фильтра грубой очистки.

Методика исследований. Движение жидкости в областях со сложной конфигурацией [2, 3, 14] сопровождается вторичными течениями поперечной циркуляции [11], что свидетельствует о возникновении винтового течения [10].

Как видно из работы Л. Прандтля [12], это происходит при незначительных возмущениях прямолинейного продольно-однородного течения [9]. В вихревом винтовом течении [10] частицы жидкости движутся поступательно по своей траектории, одновременно вращаясь вокруг мгновенной оси, касательной к этой траектории (рис.1). При винтовом движении жидкости вихревые линии совпадают с линиями тока [8, 10], причем поверхности ортогональные к линиям тока отсутствуют.



**Рис. 1. Схема винтового движения жидкости:
 R_ϕ – радиус фильтра, r_0 – радиус сетки**

В работе Миловича А.Я. [10] показано, что винтовое движение не зависит от вязкости жидкости, которую в этом случае можно считать идеальной, тогда как завихренность потока можно рассматривать как «искусственную» вязкость.

Осевая скорость V_z винтового движения удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка [10]:

$$\frac{d^2 V_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_z}{dr} + k^2 V_z = 0, \quad (1)$$

где r – полярный радиус (расстояние от оси фильтра); $k = -\frac{2\omega}{V} = \text{const}$ (размерность 1/м) – напряжение вихревого вращения; ω – модуль вихря скорости [8], V – модуль полной скорости.

Уравнение (1) является частным случаем уравнения Бесселя [5, 6], общее решение которого имеет вид [7]

$$V_z = C_1 J_0(kr) + C_2 Y_0(kr), \quad (2)$$

где $J_0(kr)$, $Y_0(kr)$ – функции Бесселя нулевого порядка 1-го и 2-го рода [7, 15] соответственно (рис.2); C_1 , C_2 – произвольные постоянные интегрирования.

Продольная скорость винтового движения должна удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\left. \begin{array}{l} 1. V_z \text{ ограничена во всем потоке;} \\ 2. V_z \Big|_{r=r_0} = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

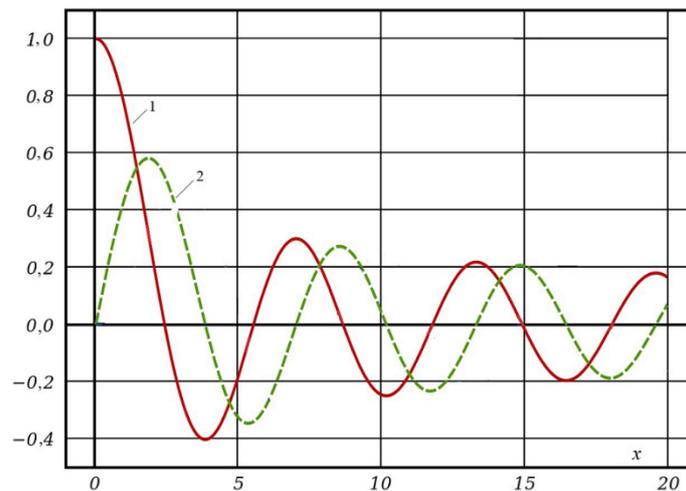


Рис. 2. Графики функций Бесселя: 1 – $J_0(x)$, 2 – $J_1(x)$

Поскольку $Y_0(0) = -\infty$ [7, 15] (для вычисления значений функций Бесселя можно использовать таблицы [15] или программный продукт MS EXCEL), то из 1-го условия (3) с необходимостью следует $C_2 = 0$, поэтому решение (2) принимает вид:

$$V_z = C_1 J_0(kr). \quad (4)$$

Удовлетворяя 2-му граничному условию (3), получим:

$$J_0(kr_0) = 0,$$

т.е. kr_0 должно быть нулем функции Бесселя $J_0(x)$ (см. рис. 2). Поскольку функция $J_0(x)$ имеет бесчисленное множество нулей, выберем первый из них [7], а именно $x_1 = kr_0 = 2,4048$, в этом случае напряжение вихревого вращения составит

$$k = \frac{x_1}{r_0} = \frac{2,4048}{r_0}. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что напряжение вихревого вращения обратно пропорционально радиусу сетки r_0 .

Вращательная скорость винтового движения находится из следующего выражения [10]:

$$V_\varepsilon = \frac{1}{k} \frac{dV_z}{dr} = C_1 \frac{dJ_0}{dr} = -C_1 J_1(kr),$$

где $J_1(kr)$ – функция Бесселя 1-го порядка 1-го рода [7, 15] (см. рис. 2).

Поскольку функция $J_0(x)$ имеет максимум $J_0 = 1$ при $x = 0$, то из решения (4) следует, что постоянная C_1 имеет смысл максимальной осевой скорости $C_1 = V_z^{\max}$, поэтому окончательное решение в полости сетки принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} V_z &= V_z^{\max} J_0(x_1 \bar{r}); \\ V_\varepsilon &= -V_z^{\max} J_1(x_1 \bar{r}); \\ V &= V_z^{\max} \sqrt{J_0^2(x_1 \bar{r}) + J_1^2(x_1 \bar{r})}; \\ 0 &\leq \bar{r} \leq 1, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\bar{r} = r/r_0$; V – модуль полной скорости течения.

На рисунках (3), (4) представлены безразмерные профили осевой, полной и вращательной скоростей винтового движения в полости сетки фильтра ДУ-200М, построенные по решению (6).

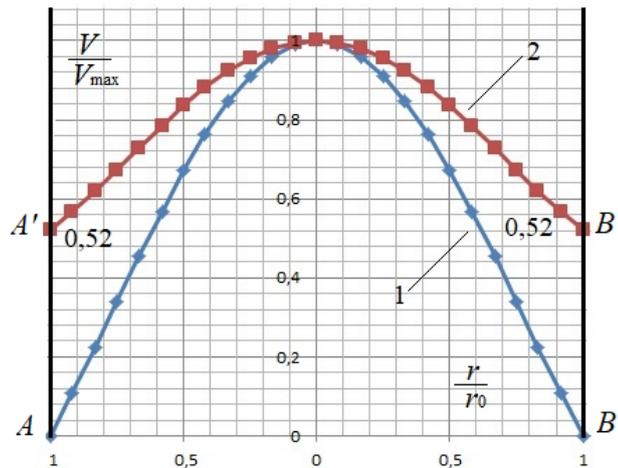


Рис. 3. Безразмерные профили осевых скоростей винтового движения в полости сетки фильтра ДУ-200М: 1 – V_z/V_z^{\max} ; 2 – V/V_z^{\max}

Уменьшение скорости течения от оси к сетке (см. рис. 3) свидетельствует о том, что давление в потоке возрастает в том же направлении. Действительно, из уравнения Бернулли [1] в этом случае имеем

$$\Delta p = p_c - p_0 = \rho \frac{(V_z^{\max})^2}{2} \left(1 - \frac{V_c^2}{(V_z^{\max})^2} \right) = \rho \frac{(V_z^{\max})^2}{2} (1 - 0,5202^2) = 0,729\rho \frac{(V_z^{\max})^2}{2}, \text{ Па.}$$

Как следует из рисунка 4, поток вращается в полости сетки аналогично твердому телу, при этом скорость вращательного движения увеличивается от оси к сетке, достигая, как показывает вычислительный эксперимент, максимального значения 0,5815 при $r/r_0 = 0,75$, и уменьшается до величины 0,5202 на сетке.

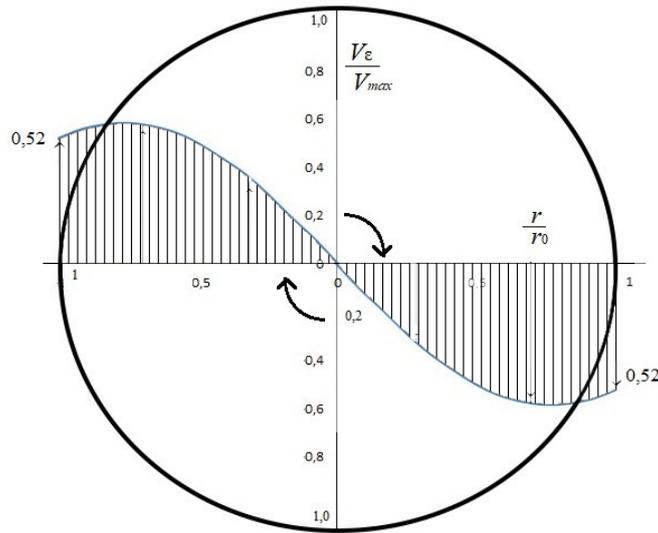


Рис. 4. Безразмерный профиль вращательной скорости винтового движения в полости сетки ДУ-200М

Из решения (6) находим уравнения линий тока винтового движения:

$$\left. \begin{aligned} r &= \text{const}; \\ z &= -\frac{J_0(kr)}{J_1(kr)} r\epsilon + \text{const}. \end{aligned} \right\} (7)$$

Система уравнений (7) описывает винтовые линии, радиус кривизны которых определяется зависимостью

$$R_k = r + \frac{1}{r} \frac{J_0^2(kr)}{J_1^2(kr)},$$

и изменяется от r_0 на сетке до ∞ – на оси потока (см. рис. 1).

Осевой расход винтового течения в полости сетки можно записать в виде

$$Q_z = 2 \cdot \frac{\pi r_0^2}{x_1} J_1(x_1) V_z^{\max},$$

откуда находим среднюю скорость осевого течения

$$V_z^{\text{cp}} = \frac{Q_z}{\pi r_0^2} = \frac{2}{x_1} J_1(x_1) V_z^{\max} = \frac{2}{2,4048} J_1(2,4048) \cdot V_z^{\max} = \frac{2}{2,4048} \cdot 0,5192 \cdot V_z^{\max} = 0,4318 \cdot V_z^{\max}.$$

В работе [10] средняя скорость осевого течения $V_z^{\text{cp}} = 0,433 \cdot V_z^{\max}$ получена иным способом, что подтверждает правомочность применения предложенной гидравлической модели винтового движения поливной воды в полости сетки цилиндрического фильтра грубой очистки.

Заключение. В результате проведенных исследований установлено, что прямолинейное продольно-однородное течение в полости сетки фильтра грубой очистки теряет устойчивость и переходит в вихревое винтовое течение, которое можно считать идеальным, а завихренность рассматривать как «искусственную» вязкость жидкости. Относительная вращательная скорость винтового течения имеет максимальное значение 0,5815 внутри потока при $r/r_0 = 0,75$, уменьшаясь до величины 0,5202 на сетке, а давление возрастает в направлении от оси к сетке.

Список литературы

1. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. М.: Недра, 1970. 216 с.
2. Есин А.И. Задачи технической механики жидкости в естественных координатах. Саратов: Изд. ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2003. 144 с.
3. Есин А.И., Александров Ю.А., Айбушев Р.М., Гончаров Б.Э. Математическое моделирование разделения двухкомпонентных жидких сред / Вестник Саратовского Госагроуниверситета. № 3, 2007. С. 35-38.
4. Идельчик И.Е. Гидравлические сопротивления. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
- Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. 576 с. Kamke E 1971 Handbook of ordinary differential equations (Moscow: Nauka) 576.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.
6. Кузнецов Д.С. Специальные функции. М.: Высшая школа, 1965. 424 с.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Физматгиз, 1970. 904 с.
8. Марынова Т.А. Продольно-однородное движение воды в цилиндрической сетке фильтра грубой очистки / VIII Международная научно-практическая конференция «Инновации в природообустройстве и защите в чрезвычайных ситуациях» 21-22 апреля 2021 г. Сб. статей. С. 51-54.
9. Милович А.Я. Основы динамики жидкости (гидродинамика). М.: Госэнергоиздат, 1933. 157 с.
10. Потапов М.В. Сочинения, т. II. М.: Госсельхозиздат, 1951. 519 с.
11. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. М.: Изд. иностр. лит. 1951. 576 с.
12. Фильтр ДУ-200М [Электронный ресурс]. – Режим доступа: / <http://www.meliomash.ru>.
13. Шеренков И.А. Прикладные плановые задачи гидравлики спокойных потоков. М.: "Энергия", 1978. 240 с.
- Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1964. 344 с.
14. Clemons 1200 filter [Электронный ресурс]. – Режим доступа: / <https://3dwarehouse.sketchup.com/model/f20e57ff-b93f-4fe8-829b-8ad1d89a8484/Clemons-1200a-filter>.

References

1. Altshul A D. 1970 Hydraulic resistances Moscow Nedra 216
2. Esin A I. 2003 Problems of technical fluid mechanics in natural coordinates Saratov Publishing house of FGOU VPO "Saratov State Agrarian University" 144.
3. Esin A I, Alexandrov Y A, Ibushev R M and Goncharov B E 2007 Mathematical modeling of separation of two-component liquid media. Bulletin of the Saratov state agrarian University 3 35-38.
4. Idelchik I E. 1992 Handbook of hydraulic resistances Moscow Mechanical Engineering 672.
5. Korn G and Korn T 1973 Handbook of Mathematics for scientists and engineers (Moscow: Nauka) 832.

6. Korn G and Korn T 1973 Handbook of Mathematics for scientists and engineers (Moscow: Nauka) 832.
7. Kuznetsov D S 1965 Special functions (Moscow: Higher School) 424.
8. Loitsyansky L G 1970 Mechanics of liquid and gas (Moscow: Fizmatgiz) 904
9. Marynova T A 2021 Longitudinally homogeneous movement of water in a cylindrical coarse filter mesh. VIII International Scientific and Practical Conference "Innovations in environmental management and protection in emergency situations" 51-54.
10. Milovich A Ya 1933 Fundamentals of fluid dynamics (hydrodynamics) (Moscow: Gosenergoizdat) 157.
11. Potapov M V 1951 Essays (Moscow: Gosselkhozizdat) 2 519.
12. Prandtl L 1951 Hydroaeromechanics (Moscow: Publishing house of foreign lit) 576.
13. Filter DU-200M Retrieved from: <http://www.meliomash.ru>.
14. Sherenkov I A 1978 Applied planned tasks of hydraulics of calm flows (Moscow: Energy) 240
15. Clemons 1200 filter Retrieved from: <https://3dwarehouse.sketchup.com/model/f20e57ff-b93f-4fe8-829b-8ad1d89a8484/Clemons-1200a-filter>.

*Статья поступила в редакцию 25.11.2024; одобрена после рецензирования 03.12.2024; принята к публикации 10.12.2024.
The article was submitted 25.11.2024; approved after reviewing 03.12.2024; accepted for publication 10.12.2024.*